

Optimisation topologique à l'aide de la méthode des « patches » de Bézier. Application à la modélisation en électromagnétisme

Olivier PROT et Olivier RUATTA

Ce projet concerne le développement de méthodes mathématiques d'optimisation de formes appliquée à la conception de circuits et composants électroniques. Il implique à la fois des mathématiciens et des spécialistes d'électronique. Deux axes sont explorés dans ce projet :

1. La paramétrisation de formes.

Dans les méthodes déjà utilisées pour l'optimisation des formes appliquée à la conception de circuits et composants électroniques, deux méthodes sont principalement utilisées : le gradient topologique et la méthode des lignes de niveaux. Généralement ces deux méthodes sont combinées. Le gradient topologique est de nature « assez locale » pour les problèmes d'électromagnétisme mais cette méthode permet de faire varier la topologie de l'objet considéré (de faire des trous, d'en boucher, de couper en deux un objet, ...) tandis que la méthode des lignes de niveaux ne le permet pas toujours mais elle est plus fiable numériquement une fois la topologie fixée. Néanmoins, la méthode des lignes de niveaux requiert la résolution de deux systèmes d'équations aux dérivées partielles : celle qui permet d'évaluer le critère et son gradient et une équation d'Hamilton-Jacobi pour calculer la déformation de la frontière. Ces deux systèmes sont à résoudre à chaque itération de l'algorithme d'optimisation de forme. Pour éviter de résoudre le deuxième système qui permet de décrire les déformations de la frontière, on se propose d'utiliser une paramétrisation polynomiale par morceaux de la frontière. La frontière est alors décrite par un ensemble assez réduit de points de contrôle. Cette technique permet de se rapprocher d'une formulation d'un problème d'optimisation paramétrique classique pour lesquels on dispose d'un arsenal algorithmique important. Nous décrivons les premiers résultats obtenus sur cette approche.

2. L'optimisation globale de formes.

L'existence et l'unicité de solution optimale est une question centrale des problèmes d'optimisation de formes. Le fait d'utiliser une paramétrisation de la forme recherchée, ou un argument de compacité, permet en général d'assurer l'existence de solutions. Cependant, la plupart des problèmes d'optimisation de formes provenant d'applications, comme par exemple les problèmes de conception de composants électroniques, sont non-convexes et possèdent en général un grand nombre de minima locaux. Il est donc nécessaire d'utiliser les techniques de l'optimisation globale afin de prendre en compte la non-convexité des problèmes et ainsi éviter que les méthodes d'optimisation employées convergent vers de « mauvais » minima locaux. Pour le cas particulier de la conception de composants électroniques, certains problèmes d'optimisation de formes sont de nature combinatoire : déterminer quels éléments d'un maillage 2D il faut métalliser pour minimiser un critère (par ex. la réponse fréquentielle du composant). Étant donné le nombre de variables d'optimisation et la nature non-convexe de l'objectif, ce type de problème d'optimisation combinatoire est extrêmement difficile à résoudre. Une approche possible pour ce type de problème est d'employer une relaxation, remplacer la contrainte binaire de métallisation par une impédance de surface afin d'obtenir un problème d'optimisation continu. Ensuite plusieurs approches peuvent être employées pour revenir à une solution binaire comme par exemple une pénalisation ou un « Branch & Bound ». Nous présenterons quelques résultats sur ce problème d'optimisation combinatoire en 2D.